

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 18D4232

1. В вещественном n -мерном пространстве арифметических векторов с естественным скалярным произведением дано квадратичное уравнение $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$. Докажите, что ранг основной матрицы A (матрицы квадратичной части) и ранг расширенной матрицы данного квадратичного уравнения сохраняются при переходе к другой аффинной системе координат.
2. Задана вещественная диагональная матрица D порядка n с попарно различными диагональными элементами. Докажите, что множество матриц X , удовлетворяющих уравнению $DX - XD = 0$, является линейным пространством, и найдите его размерность.
3. Пусть u и v — векторы-столбцы такие, что $v^\top u = 0$. Докажите, что множество матриц вида $I + \alpha uv^\top$ при всевозможных вещественных α является мультипликативной абелевой группой.
4. Докажите, что базисный минор симметричной матрицы можно найти среди ее главных миноров.